

# Comparaison de différents modèles pour résoudre le problème non-linéaire Hydro Unit Commitment

Alexandre Heintzmann<sup>1,2</sup>, Christian Artigues<sup>2</sup>, Pascale Bendotti<sup>1</sup>,  
Sandra Ulrich Ngueveu<sup>2</sup>, Cécile Rottner<sup>1</sup>

<sup>1</sup> EDF Lab Paris-Saclay, 7 Bd. Gaspard Monge, 91120 Palaiseau, France  
{alexandre.heintzmann,pascale.bendotti,cecile.rottner}@edf.fr

<sup>2</sup> LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, INP, Toulouse, France  
{alexandre.heintzmann,christian.artigues,sandra.ulrich.ngueveu}@laas.fr

**Mots-clés** : *programmation non-linéaire, Hydro Unit Commitment, MINLP.*

## 1 Contexte

Les systèmes physiques réels possèdent dans certains cas des non-linéarités dont il faut tenir compte lors de la résolution de problèmes d'optimisation associés. Dans la littérature, les possibilités de résolution de problèmes non-linéaires sont partitionnées en deux groupes [2] : l'utilisation d'un modèle linéaire ou non-linéaire en les variables, les variables pouvant être continues, entières ou mixtes. Un modèle non-linéaire permet généralement de représenter plus précisément les systèmes physiques qu'un modèle linéaire, mais peut mener à des temps de calculs longs, en l'absence de propriétés de convexité par exemple. Néanmoins, parmi ces deux catégories, il existe encore des choix de modélisation. La FIG. 1 donne un exemple d'une fonction non-linéaire (a), approchée de trois manières différentes par (b), (c) et (d). Le choix de la modélisation est faite dans le but de trouver un compromis entre la précision du modèle et le temps de calcul nécessaire pour le résoudre.

## 2 Cas d'application

Le cas d'application étudié ici est le **Hydro Unit Commitment (HUC)**. Le **HUC** est un problème de planification journalière de production électrique propre aux usines hydro-électriques. Plus précisément, le cas étudié est celui du **HUC** à une usine, noté **1-HUC**. Ses caractéristiques sont les suivantes. L'usine est située entre deux réservoirs. Le temps est discrétisé en pas de temps. Chaque réservoir possède un volume initial, ainsi qu'un volume maximal et minimal par pas de temps. A chaque pas de temps, il y a un apport extérieur en eau dans les réservoirs, positif, négatif ou nul. L'usine possède un débit minimal et un débit maximal,

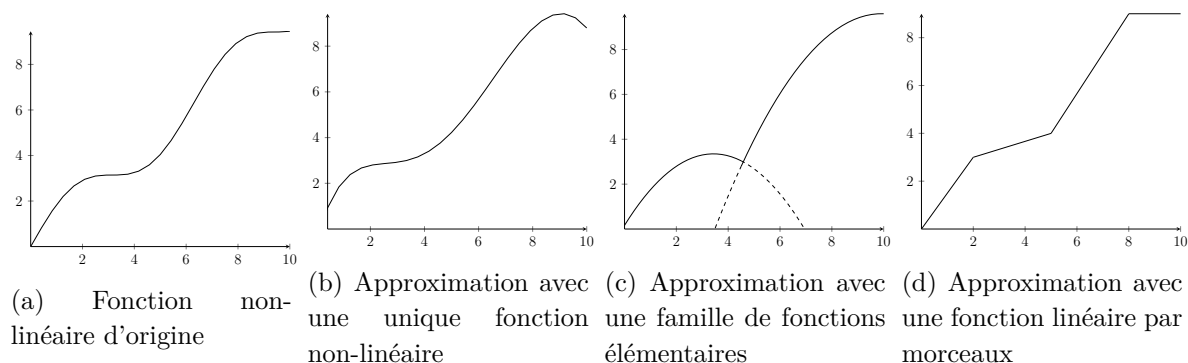


FIG. 1 – Trois différentes approximations d'une fonction non-linéaire

et toute quantité d'eau débitée par l'usine passe du réservoir amont au réservoir aval. Le cas d'un problème de maximisation de revenu, pour des prix donnés est considéré. Les prix correspondent à la valeur unitaire de l'énergie produite, variable à chaque pas de temps, et la valeur unitaire de l'eau à la fin de l'horizon de temps. Une stratégie optimale pour le **1-HUC** est de choisir les débits d'eau maximisant les revenus de la vallée, tout en respectant les contraintes de volumes à tout instant. En pratique, le HUC présente diverses non-linéarités [3], nous en considérons deux ici : la puissance qui est une fonction non-linéaire non-convexe et non-concave en fonction du débit et de la hauteur de chute, et la hauteur de chute qui est une fonction convexe du volume du réservoir amont. Un cas particulier intéressant considéré est la variante du **1-HUC** à hauteur de chute fixée, où la seule non-linéarité vient alors de la puissance, non-convexe et non-concave en fonction du débit.

### 3 Modèles étudiés

Plusieurs modélisations sont proposées pour représenter le **1-HUC**. Ces modèles diffèrent sur la représentation des non-linéarités, plus particulièrement sur la fonction puissance par rapport au débit. Pour prendre en compte l'effet de la hauteur de chute, les paramètres des fonctions représentant la puissance en fonction du débit dans les modèles proposés sont linéairement dépendants par rapport à cette dernière.

Parmi les modèles proposés pour modéliser le **1-HUC**, on peut distinguer quatre groupes, dont trois sont représentés dans la FIG 1 par les fonctions (b), (c) et (d). Le premier groupe est constitué de modèles non-linéaires continus représentant une non-linéarité avec une unique fonction. Les deux modèles proposés comportent respectivement une fonction polynomiale de degré important (de l'ordre de la dizaine), et une fonction bilinéaire. Le second groupe est constitué de modèles non-linéaires continus ou mixtes approchant une fonction non-linéaire avec une famille de fonctions. Trois modèles sont proposés, qui comportent respectivement des fonctions polynomiales de degré 2, des fonctions *5PL* [1] avec des fonctions max, et sans fonctions max. Le troisième groupe est constitué d'un modèle linéaire en variables mixtes. Ce modèle représente les fonctions non-linéaires par une fonction linéaire par morceaux, qui est une approche fréquente de la littérature. Le quatrième groupe est constitué d'un modèle non-linéaire mixte, avec un nombre fini de points, correspondant dans le cas du **HUC** à des points de meilleur rendement.

Les modèles proposés sont comparés sur un jeu d'instances avec des caractéristiques variées. On constate qu'une fonction de degré élevé ne peut pas être utilisée car elle mène à des problèmes de précision, on ne trouve alors aucune solution réalisable. Un modèle avec un nombre fini de points peut mener à des infaisabilité si les contraintes de volumes ne peuvent pas être respectées. Les autres modèles sont des compromis entre le temps de calcul et la précision, les modèles les plus précis étant avec les fonctions *5PL*, et le modèle bilinéaire étant le plus rapide. Avec une hauteur de chute fixée, l'erreur d'approximation en fixant la hauteur de chute peut être significative même avec un modèle précis. Dans ce cas, il ne semble pas pertinent de considérer un modèle précis, car pénalisant au niveau du temps de calcul. Dans le cas contraire, des modèles non-linéaires peuvent apporter une précision très fine en peu de temps, s'ils sont couplés avec un solveur qui supporte bien la non-linéarité du modèle.

### Références

- [1] P. G. GOTTSCHALK et J. R. DUNN. "The five-parameter logistic : a characterization and comparison with the four-parameter logistic". In : *Analytical biochemistry* 343.1 (2005), p. 54-65.
- [2] J. LEE et S. LEYFFER. *Mixed integer nonlinear programming*. T. 154. Springer Science & Business Media, 2011.
- [3] R. TAKTAK et C. D'AMBROSIO. "An overview on mathematical programming approaches for the deterministic unit commitment problem in hydro valleys". In : *Energy Systems* 8.1 (2017), p. 57-79.