

Étude de la satisfaisabilité du problème du voyageur de commerce avec fenêtres de temps

Omar Rifki¹, Thierry Garaix¹, Christine Solnon²

¹ Mines Saint-Etienne, Univ Clermont Auvergne, CNRS, UMR 6158 LIMOS, Centre CIS,
Département I4S, F-42023 Saint-Etienne France.

² INSA Lyon, CITI, INRIA CHROMA, F-69621, Villeurbanne, France.
{omar.rifki,garaix}@emse.fr, christine.solnon@insa-lyon.fr

1. Introduction. La version décisionnelle du problème du voyageur de commerce avec fenêtres temporelles (TSP-TW) est un problème NP-complet [10], dont la satisfaisabilité dépend de la configuration des fenêtres de temps (leurs tailles et emplacements). Les approches résolvant ce problème sont généralement comparées dans la littérature sur des instances générées aléatoirement. Afin d'établir une comparaison équitable entre des algorithmes résolvant des problèmes NP-complets générés aléatoirement, la transition de phase [1] est souvent étudiée. Ce phénomène permet d'examiner les allures de faisabilité du problème étudié, et ainsi de tirer des conclusions significatives sur la difficulté des instances utilisées pour la comparaison, et sur la performance des algorithmes comparés. En bref, la transition de phase est une figure qui décrit le passage de problèmes satisfaisables facilement résolubles à des problèmes infaisables facilement vérifiables. Entre ces deux phases extrêmes, des instances dont la satisfaisabilité est difficiles sont généralement trouvées. Ces dernières comprennent à la fois des problèmes satisfaisables et insatisfaisables. Dans ce résumé, nous étudions le phénomène de la transition de phase pour le TSP-TW, non encore étudié à notre connaissance, et nous décrivons la faisabilité et la difficulté des instances suivant des indicateurs statistiques bien choisies. Préalablement à ceci, nous générons un jeu de données qui a vocation d'être plus global que ceux de la littérature.

2. Benchmarks du TSP-TW. Le tableau de gauche de TAB. 1 décrit les données de référence de la littérature. Toutes les positions physiques des points dans ces benchmarks sont générées uniformément, à part les données PB et PS qui sont extraits des instances VRP-TW rc2 de Solomon [11]. Les longueurs des TWs sont également générées uniformément en majorité. Par contre, les positions des TWs, à savoir leurs points centraux, sont construits préalablement à partir de solutions du problème TSP correspondant. Au vu de cette construction, toutes les instances de la littérature sont satisfaisables. Le tableau de droite de TAB. 1 décrit les paramètres utilisés pour la construction de notre jeu de données $\mathcal{B}$. En plus de la distribution uniforme, nous employons des mixtures de gaussiennes, et un large panel pour la taille limite w des TWs. Pour chaque configuration du tableau, nous générons 5 instances, ce qui fait un total de 9450 instances. La satisfaisabilité n'est pas garantie pour toutes les instances de $\mathcal{B}$.

3. Transition de phase. La transition de phase a été précédemment étudié pour le TSP décisionnel [5]. L'étude de ce phénomène nécessite de trouver un paramètre d'ordre selon lequel la forme "facile-difficile-facile" de la transition apparaît. Pour le TSP, le paramètre est $x = l/\sqrt{n \times |\mathcal{S}|}$, avec l la taille maximale du tour à trouver, et $|\mathcal{S}|$ la surface dont laquelle les points du problème de nombre n sont réparties [5]. Pour le TSP-TW, nous choisissons le paramètre d'ordre $x = w/\sqrt{n \times |\mathcal{S}|}$, qui paraît être un choix naturel, puisque la satisfaisabilité est grandement impacté par la taille maximale w des TWs. Si w est large, le problème a plus de probabilité d'être satisfaisable. FIG. 1 montre la transition de phase pour les instances $n = 20$ de $\mathcal{B}$ et les instances de DU et OT de la littérature suivant le solveur CPLEX 12.10. À noter, l'emplacement des instances DU et OT est dans la partie droite de x , ce qui correspond à la phase infaisable des instances de $\mathcal{B}$. Les résolutions de FIG. 1 ont été limité à une heure pour

Nom	Réf.	n	w	Gén. of $\mathcal{P}$ positions	Gén. pos. TW	Gén. long. TW	Année
LA	[6]	20, 40, 60	2×20 , 2×30 , 2×40	rd U[100] x U[100]	co -	rd U	1993
DU	[3]	20, 40, 60, 80, 100, 150, 200	20, 40, 60, 80, 100	rd U[50] x U[50]	co -	rd U	1995
PB	[9]	3 to 44	25, 50, 75, 100	rd U[100] x U[100] cl -	rd co -	rd N	1996
GD	[4]	20, 40, 60, 80, 100	120, 140, 160, 180, 200	rd U[50] x U[50]	co -	fx -	1998
PS	[8]	19 to 44	25, 50, 75, 100	rd U[100] x U[100] cl -	rd co -	rd N	1998
OT	[7]	150 et 200	DU + 100	rd U[50] x U[50]	co -		2007
DS	[2]	200, 250, 300, 350, 400	100, 200, 300, 400, 500	rd U[100] x U[100]	co -	rd U	2010

	Description	Valeurs
n : Nombre de points $n = \mathcal{P} $		20, 40, 60
h : Horizon temporel	$h = (\beta_0 + \beta_1 n + \beta_2 l_S) + m l_S$ β_i sont obtenus par une régression linéaire exécutée sur les données de la littérature avec $m = 0$.	$l_S = 50$ $m = 0, 1$
$\mathcal{D}_1$: Distribution spatiale des points $\mathcal{P}$ et du dépôt (avec un paramètre : le nombre k_s)	Une distribution bidimensionnelle continue sur $\mathcal{S}$ composée de k_s mixtures de distributions gaussiennes, telles que les vecteurs moyens μ_S sont choisis uniformément sur $\mathcal{S}$.	$k_s \in \{1, 2, n+1\}$. Les k_s distr. ont la même matrice de covariance : $\Sigma_S = \begin{pmatrix} l_S/4 & 0 \\ 0 & l_S/4 \end{pmatrix}$.
$\mathcal{D}_2$: Distribution des positions des TW (avec un paramètre : le nombre k_t)	Une distribution continue sur $[0, h]$, composée de k_t mixtures de distributions gaussiennes, telles que les vecteurs moyens μ_t sont choisis uniformément sur $[0, h]$.	$k_t \in \{1, 2, n\}$ $\sigma_t = h/4$.
$\mathcal{D}_3$: Distribution des longueurs des TW (avec un paramètre : la taille w)	Pour chaque $i \in \mathcal{P}$, les bornes de sa TW $[e_i, l_i]$ sont générées selon une distribution uniforme : $e_i = m_i - U[w/2]$, $l_i = m_i + U[w/2]$, avec m_i est le point central donnée par $\mathcal{D}_2$.	$w \in \{20, 40, \dots, 700\}$ de 20 à 700 avec un pas 20.

TAB. 1 – Le tableau de gauche liste la description des données de référence du TSP-TW. ‘rd’ désigne aléatoire, ‘co’ construit, ‘cl’ clusterisé, et ‘fx’ fixe. Dans le cas ‘rd’, la distribution est mentionnée : U : Uniforme, N : Normale. Le tableau de droite contient les paramètres probabilistiques utilisés pour la génération du benchmark $\mathcal{B}$. $\mathcal{P}$ désigne l’ensemble de points à servir, qui sont répartis dans une surface carrée $\mathcal{S}$ de côté l_S . Le dépôt n’est pas comptabilisé dans $\mathcal{P}$. La taille de $\mathcal{P}$ est donnée par $n = |\mathcal{P}|$. Pour les cas limites, $k_s = n + 1$ et $k_t = n$, nous utilisons la distribution uniforme. ‘Gén.’, resp. ‘pos.’, ‘long.’ signifie génération, positions et longueurs.

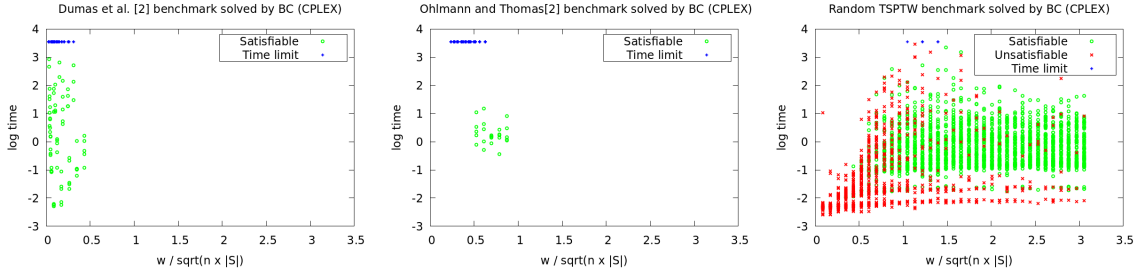


FIG. 1 – Exemple de transition de phase des instances de $\mathcal{B}$ et des benchmarks de la littérature.

chaque instance. Les méthode de résolutions exactes doivent être utilisées dans ce cas là, car elles permettent de prouver l’absence de solutions à l’opposé des méthodes approchées.

4. Indicateurs statistiques. Nous avons extrait un nombre d’indicateurs sur les instances : $I_1 = n$, $I_2 = h$, $I_3 =$ distance (ou temps) moyenne entre les points, $I_4 = n/I_3$, $I_5 = n/h$, ainsi que les moyennes et les écarts standards des distributions des distances $(distance_{ij}/h)_{ij}$, des points des centraux $(m_i/h)_i$ et des tailles $(w_i/h)_i$ des TWs ($I_6 - I_{11}$). Nous avons appliqué l’analyse en composantes principales et une classification suivant les arbres de décision pour mieux caractériser la satisfaisabilité et la difficulté de résolution.

Références

- [1] Peter C CHEESEMAN, Bob KANEFSKY, William M TAYLOR *et al.* : Where the really hard problems are. In *IJCAI*, volume 91, pages 331–337, 1991.
- [2] Rodrigo Ferreira DA SILVA et Sebastián URRUTIA : A general vns heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *Discrete Optimization*, 7(4):203–211, 2010.
- [3] Yvan DUMAS, Jacques DESROSIERS, Eric GELINAS et Marius M SOLOMON : An optimal algorithm for the traveling salesman problem with time windows. *Operations research*, 43(2):367–371, 1995.
- [4] Michel GENDREAU, Alain HERTZ, Gilbert LAPORTE et Mihnea STAN : A generalized insertion heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *Operations Research*, 46(3):330–335, 1998.
- [5] Ian P GENT et Toby WALSH : The tsp phase transition. *Artificial Intelligence*, 88(1-2):349–358, 1996.
- [6] André LANGEVIN, Martin DESROCHERS, Jacques DESROSIERS, Sylvie GÉLINAS et François SOUMIS : A two-commodity flow formulation for the traveling salesman and the makespan problems with time windows. *Networks*, 23(7):631–640, 1993.
- [7] Jeffrey W OHLMANN et Barrett W THOMAS : A compressed-annealing heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 19(1):80–90, 2007.
- [8] Gilles PESANT, Michel GENDREAU, Jean-Yves POTVIN et Jean-Marc ROUSSEAU : An exact constraint logic programming algorithm for the traveling salesman problem with time windows. *Transportation Science*, 32(1):12–29, 1998.
- [9] Jean-Yves POTVIN et Samy BENGIO : The vehicle routing problem with time windows part ii : genetic search. *INFORMS journal on Computing*, 8(2):165–172, 1996.
- [10] Martin WP SAVELSBERGH : Local search in routing problems with time windows. *Annals of Operations research*, 4(1):285–305, 1985.
- [11] Marius M SOLOMON : Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35(2):254–265, 1987.