

Approximation d'un ensemble d'incertitude pour l'optimisation robuste dirigée par les données

Benoit Loger¹, Alexandre Dolgui¹, Fabien Lehuédé¹, Guillaume Massonnet¹

IMT Atlantique, LS2N

4 rue Alfred Kastler - La Chantrerie - 44307 Nantes - France

{benoit.loger,alexandre.dolgui,fabien.lehuede,guillaume.massonnet}@imt-atlantique.fr

Mots-clés : *Optimisation robuste, Support Vector Clustering*

1 Introduction

L'optimisation robuste est aujourd'hui un des paradigmes majeurs de la littérature en lien avec l'optimisation sous incertitude. L'idée centrale consiste à définir un ensemble de valeurs possibles pour les paramètres incertains du problème considéré, appelé *ensemble d'incertitude*, puis à optimiser celui-ci face au pire scénario issu de cet ensemble. Dans de nombreux cas, cette approche permet à la fois de garantir une forte probabilité de satisfaction des contraintes et un niveau de performance satisfaisant.

En pratique, la nature de l'ensemble d'incertitude utilisé joue un rôle majeur dans la qualité des solutions obtenues et dans la capacité à résoudre les modèles robustes. Les ensembles d'incertitude ellipsoïdaux et polyédraux respectivement introduits par [1] et [2] ont été appliqués avec succès à de nombreux problèmes en recherche opérationnelle et servent aujourd'hui de référence pour juger des performances de nouveaux modèles robustes. Cependant, les travaux ci-dessus s'appuient sur certaines hypothèses réductrices pour définir les ensembles d'incertitude. En particulier lorsque les paramètres du problème suivent des distributions asymétriques et corrélées, ces derniers sont susceptibles de donner une mauvaise caractérisation de l'incertitude et de mener à des solutions robustes sous-optimales.

Plusieurs alternatives à ces ensembles d'incertitudes ont été proposées dans la littérature pour adresser ce problème. Dans leurs travaux, [3] introduisent un ensemble d'incertitude basé sur un algorithme d'apprentissage, le *Support Vector Clustering* (SVC). Cette méthode permet, à partir de données historiques du problème, de décrire le support de la distribution de paramètres incertains à l'aide d'un cluster contenant un pourcentage p des données. Ce cluster peut alors être utilisé comme ensemble d'incertitude dans un problème d'optimisation robuste et ainsi d'obtenir de meilleures performances que les modèles de [1] et [2] lorsque les paramètres incertains suivent des distributions asymétriques et corrélées. Cependant, la formulation des modèles robustes basés sur le SVC nécessite l'introduction d'un grand nombre de variables et de contraintes qui augmente le temps de résolution et limite le champ d'application de cette approche à des problèmes de petite taille.

2 Contribution

Dans nos travaux, nous faisons apparaître les limites du modèle de [3] lorsque le nombre de paramètres incertains augmente. Nous montrons que le calcul de solutions robustes performantes nécessite un grand nombre de variables et de contraintes, ce qui rend impossible la résolution du modèle robuste en un temps raisonnable même pour des instances de taille modérée. Nous proposons une méthode d'approximation de cet ensemble d'incertitude qui permet de réduire significativement la taille des modèles robustes tout en conservant la qualité

des solutions obtenues. Notre approche est constituée de deux phases : (1) La première phase consiste à obtenir une première approximation de l'ensemble défini par [3] en imposant une borne supérieure sur le nombre de variables et de contraintes introduites dans le modèle robuste. Cette approximation est obtenue grâce à la résolution d'un programme d'optimisation linéaire dont l'objectif est de minimiser l'écart entre l'ensemble d'origine et son approximation. (2) La seconde phase minimise le nombre de variables et de contraintes introduites dans le modèle robuste tout en maintenant la qualité de l'approximation obtenue lors de la phase (1). Cette étape requiert la résolution d'un problème d'optimisation en variables mixtes.

3 Résultats expérimentaux

La Figure 1 représente l'ensemble d'incertitude basé sur le SVC de [3] ainsi que les ensembles obtenus après chaque phase d'approximation. Nous considérons dans cet exemple deux paramètres incertains représentés par $N = 1000$ points de données historiques et l'ensemble d'incertitude qui couvre $p = 85\%$ de celles-ci. Le nombre de variables et de contraintes introduites pour formuler une contrainte robuste pour chaque ensemble d'incertitude est indiqué dans le Tableau 1 où n est le nombre de paramètres incertains. L'approche est testée sur trois

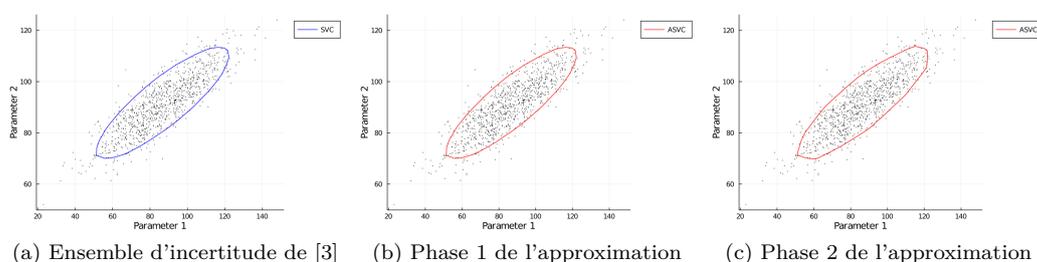


FIG. 1 – Ensemble d'incertitude basé sur le SVC et ses approximations (ASVC) pour deux paramètres corrélés

	SVC		Phase 1		Phase 2	
n	Nb Var.	Nb Cont.	Nb Var.	Nb Cont.	Nb Var.	Nb Cont.
2	305	306	51	52	33	34
10	303	1520	53	270	27	140
20	301	3020	123	1340	43	440

TAB. 1 – Nombre de variables et de contraintes introduites pour une contrainte robuste et en fonction du nombre n de paramètres incertains avec $N = 1000$ et $p = 85\%$.

problèmes classiques d'optimisation (PLNE). Nous montrons que la méthode d'approximation conserve la qualité du modèle tout en réduisant considérablement les temps de calcul.

Références

- [1] Aharon Ben-Tal, Arkadi Nemirovski. Robust convex optimization. *Mathematics of Operations Research*, 23(4) :769–1024, 1998.
- [2] Dimitris Bertsimas, Melvyn Sim. The price of robustness. *Operations Research*, 52 :35–53, 2004.
- [3] Chao Shang, Huang Xiaolin, Fengqi You. Data-driven robust optimization based on kernel learning. *Computers and Chemical Engineering*, 106 :464–479, 2017.