

Décomposition de Benders basée sur la logique pour le problème de job-shop flexible préemptif

Carla Juvin¹, Laurent Houssin^{1,2}, Pierre Lopez¹

¹ LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, Toulouse, France

{carla.juvin,pierre.lopez}@laas.fr

² ISAE-SUPAERO, Université de Toulouse, France

laurent.houssin@isae-supero.fr

Mots-clés : *Job-shop flexible, préemption, décomposition de Benders, méthodes exactes.*

1 Introduction

On s'intéresse au problème d'ordonnancement de production du type job-shop flexible préemptif (*preemptive flexible job-shop scheduling problem*, pFJSSP). Trois approches sont proposées pour le résoudre : la programmation linéaire en nombres entiers (MILP), la programmation par contraintes (CP), la décomposition de Benders basée sur la logique (LBBD).

Dans le problème de job-shop (JSSP), on a un ensemble de jobs composés d'opérations et chacune d'elles doit être traitée sur une machine prédéterminée. Pour l'objectif de minimisation de la durée totale que l'on considère ici, le problème est NP-difficile. Le problème du job-shop flexible (FJSSP) est une extension du problème de job-shop classique dans lequel plusieurs machines sont en capacité d'exécuter une même opération, cette flexibilité permet alors de s'adapter aux variations du marché. Un grand nombre de méthodes, exactes et heuristiques, ont été proposées pour résoudre le FJSSP (voir [5] pour un travail récent). Ici, nous considérons une version préemptive de ce problème. Quand elle est possible, la préemption d'opérations en cours de traitement peut permettre de réduire les durées de fabrication. Cependant, les problèmes de job-shop préemptif ont reçu peu d'attention [2], et, à notre connaissance, personne ne s'est encore intéressé à la résolution du problème de job-shop flexible et préemptif.

2 Définition du problème

Le problème étudié consiste à ordonnancer un ensemble de n jobs $\mathcal{J} = \{1, \dots, n\}$ sur un ensemble \mathcal{M} de machines. Chaque job i est défini comme une séquence de n_i opérations $\mathcal{O}_i = (i_1, \dots, i_{n_i})$. Une opération $O_{i,j} \in \mathcal{O}_i$ doit être traitée par exactement une des machines parmi un ensemble $\mathcal{M}_{i,j} \subseteq \mathcal{M}$ de machines éligibles. On note $p_{i,j,m}$ le temps de traitement de l'opération $O_{i,j}$ si elle est effectuée sur la machine $m \in \mathcal{M}_{i,j}$. Chaque machine peut traiter au plus une opération à la fois et la préemption est autorisée : il est possible d'interrompre le traitement d'une opération et de la reprendre plus tard, sur la même machine, sans pénalité. L'objectif est de minimiser le temps de traitement de l'ensemble des opérations (*makespan*).

3 Méthodes de résolution

On propose trois méthodes exactes pour résoudre le problème décrit. La première méthode utilise la programmation linéaire en nombres entiers. Pour ce faire, on se base sur une formulation indexée sur le temps proposée par Bowman [1] pour le problème de job-shop préemptif. On l'adapte pour y intégrer la notion de flexibilité dans le choix des machines. Le modèle

intègre deux variables binaires, $x_{i,j,m}$ liée à l'exécution de l'opération $O_{i,j}$ sur la machine m , et $y_{i,j,t}$ liée à l'exécution de l'opération en période t .

La deuxième méthode de résolution s'appuie sur la programmation par contraintes. La formulation que nous proposons s'inspire de celle développée par Polo-Mejía et al. [4] pour un problème d'ordonnement de projet, que nous avons adaptée à notre problème. Nous exploitons pour cela les fonctionnalités du solveur IBM CP Optimizer (CPO) en utilisant une décomposition d'une opération $O_{i,j}$ en $p_{i,j,m}$ parties de durée unitaire et $I_{i,j}$ une variable intervalle entre le début et la fin de traitement de l'opération.

Enfin, nous proposons de résoudre le problème avec un algorithme de décomposition de Benders basée sur la logique [3]. Pour cela, on décompose le problème en :

- un problème maître d'allocation des ressources résolu à l'aide de la programmation linéaire en nombres entiers, intégrant les variables $x_{i,j,m}$ décrites plus haut et une relaxation du sous-problème ;
- un sous-problème d'ordonnement des opérations sur les machines (job-shop préemptif) résolu soit (1) à l'aide de la programmation par contraintes, soit (2) par une version adaptée à notre problème du branch-and-bound proposé par Ebadi et Moslehi [2], et générant itérativement une coupe ajoutée au problème maître.

4 Résultats expérimentaux et conclusion

Dans ce travail, nous proposons trois méthodes exactes de résolution pour le problème d'ordonnement du job-shop flexible préemptif. Des expérimentations numériques menées sur 276 instances réparties en 8 jeux de données classiques du FJSSP¹ en 10 mn de temps de calcul ont montré : d'une part, qu'une décomposition du problème est bénéfique et permet d'obtenir de meilleurs résultats que la programmation mathématique (5% d'instances résolues à l'optimum) ou la programmation par contraintes (9%) seule ; d'autre part, que la résolution du sous-problème par le branch-and-bound est plus rapide et permet donc de résoudre plus d'instances à l'optimum (LBBD/B&B, 36%) que par programmation par contraintes (LBBD/CP, 16%).

Notre travail actuel consiste à améliorer ces méthodes, en particulier la méthode de décomposition pour résoudre les instances les plus difficiles (Dauzère-Pérès&Paulli et Chambers&Barnes, les seules pour lesquelles aucune méthode ne permet une résolution optimale dans le temps imparti), et à les étendre pour d'autres fonctions objectif telles que la minimisation de la somme des dates de fin des jobs.

References

- [1] E. H. Bowman. The schedule-sequencing problem. *Operations Research*, 7(5):621–624, 1959.
- [2] A. Ebadi and G. Moslehi. An optimal method for the preemptive job shop scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 40:1314–1327, 2013.
- [3] J. Hooker. Planning and scheduling by logic-based Benders decomposition. *Operations Research*, 55:588–602, 2007.
- [4] O. Polo-Mejía, C. Artigues, P. Lopez, and V. Basini. Mixed-integer/linear and constraint programming approaches for activity scheduling in a nuclear research facility. *International Journal of Production Research*, 58:7149–7166, 2020.
- [5] L. Shen, S. Dauzère-Pérès, and J.S. Neufeld. Solving the flexible job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 265:503–516, 2018.

¹<http://opus.ub.hsu-hh.de/volltexte/2012/2982/> – Dernier accès octobre 2021