Evaluation des performances du recuit quantique sur des instances de couplage biparti

Daniel Vert[1], Stéphane Louise[1], Renaud Sirdey[1]

CEA, LIST, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

daniel.vert2@cea.fr,stephane.louise@cea.fr,renaud.sirdey@cea.fr

Mots-clés : *Calcul quantique, Problème de couplage, Modèle adiabatique.*

1 Introduction

Le calcul quantique suscite un regain d'intérêt croisssant depuis les dernières annonces des groupes leaders dans le domaine. Ces dernières années, sont apparues des *machines quantiques* dites analogiques, dont les calculateurs actuellement commercialisés par la société canadienne D-Wave sont les premiers représentants, fonctionnant selon un principe de recuit à accélération quantique. Ces machines mettent en oeuvre une version bruyante de l'algorithme adiabatique quantique qui consiste à préparer un hamiltonien initialement prévu pour connecter les qubits entre eux. Cet hamiltonien possède un état choisi qui permet de définir un problème donné. Et d'un point de vue abstrait, une telle machine peut être considérée comme un oracle spécialisé dans la résolution d'un problème d'optimisation NP-difficile avec un algorithme fonctionnellement analogue au *recuit simulé* mais avec une accélération quantique. Pour autant, le type d'algorithme mis en œuvre dans ces machines possède-t-il une accélération et possède t-il des performances de calcul supérieures pour la résolution de problèmes difficiles par rapport à son homologue classique ? Pour tenter de répondre à cette question, l'étude [2] a confronté expérimentalement une machine quantique "Washington" (2X) aux instances pathologiques du problème de couplage de cardinalité maximale proposées par Sasaki et Hajek [1] afin de montrer que le recuit simulé était effectivement incapable de résoudre certains problèmes polynomiaux en un temps polynomial. Il s'avère que les résultats ont été plutôt décevants et notre hypothèse sur ces observations résulterait probablement de la topologie d'interconnexion des qubits qui serait trop creuse et qu'un nombre relativement important de qubits serait nécessaire pour pouvoir intégrer des instances relativement plus grandes (par exemple, 951 qubits pour 125 variables).

Dans ce contexte, nous examinons dans quelle mesure la topologie d'interconnexion des qubits influence ces résultats. Pour ce faire, nous étudions comment le recuit simulé est capable de résoudre nos cas difficiles de problèmes de cardinalité maximale lorsqu'ils sont intégrés dans les topologies Chimera et la topologie Pegasus [3].

2 Positionnement du problème

2.1 Couplage biparti de cardinalité maximale et famille de graphes $\mathbf{G_n}$

C'est un problème polynomial bien connu, et l'algorithme pour le résoudre dans le cas général, l'algorithme d'Edmond, est un chef-d'œuvre algorithmique. Lorsque G est biparti, donc lorsqu'il existe deux sous-ensembles collectivement exhaustifs et mutuellement exclusifs, le problème devient un cas particulier du problème du flot maximum et peut être traité avec plusieurs algorithmes plus simples. Il est donc intéressant qu'une méthode apparemment aussi efficace que le recuit simulé puisse être piégée par des cas spéciaux de ce dernier problème plus simple. Dans un article de 1988 [1], Sasaki et Hajek, ont étudié la famille de cas particuliers du problème de couplage biparti de cardinalité bipartie. En outre toutes les arêtes des sous-ensembles de sommets faiblement reliés donne la solution optimale et c'est l'unique moyen de l'obtenir. Cela conduit donc à un couplage maximale de cardinalité en $(n+1)^2$. Nous avons donc un cas spécial et simplifié d'un problème polynomial, mais le résultat fondamental de Sasaki et Hajek indique que l'espérance mathématique du nombre d'itérations requis par une grande classe d'algorithmes de type recuit (classique) pour atteindre un couplage maximum sur G_n est en $O(e^n)$. La famille G_n constitue donc un "terrain de jeu" intéressant pour étudier le comportement du recuit quantique sur ces instances difficiles pour un recuit classique.

2.2 Implementation sur D-Wave

Les matrices QUBO définies à partir des graphes ne sont pas directement transposables sur la topologie d'interconnexion Chimera et nous devons recourir à la duplication des qubits. Ce besoin de duplication restreint fortement la taille des instances que nous avons pu intégrer. Nous avons dû nous limiter à G_4, avec 125 variables qui ont nécessité d'utiliser 951 des 1098 qubits disponibles.

Nos résultats suggèrent que le recuit quantique, du moins tel qu'il est mis en œuvre dans un dispositif D-Wave, tombe dans les mêmes pièges que le recuit simulé. Cela nous fournit des preuves supplémentaires suggérant qu'il existe des problèmes polynomiaux qu'une telle machine ne peut pas résoudre efficacement pour atteindre l'optimalité.

3 L'étude du biais topologique

Cette fois, les résultats obtenus sur D-Wave sont compétitifs avec ceux obtenus par le recuit simulé. Ce qui signifie que les instances dupliquées sont beaucoup plus difficiles à résoudre que les instances initiales, malgré leur équivalence et l'utilisation d'un plus grand nombre d'itérations par plateau. De plus, nous pouvons constater, sans surprise, que la topologie plus dense Pegasus conduit à des QUBO dupliqués plus petits que ceux sur Chimera et donne de meilleurs résultats.

Il apparaît donc que la machine D-Wave est compétitive avec un algorithme de recuit simulé pour n^2 itérations par plateau en termes de qualité d'optimisation et pour ce cas précis, surclasse l'ordinateur classique de plusieurs ordres de grandeur en terme de rapidité. A noter tout de même que nos résultats sont compétitifs avec ceux du recuit simulé quand nous résolvons un problème de la même façon que la machine D-Wave nous force à le rendre plus complexe (plus dense en coefficients). En effet, sans la duplication qui complexifie artificiellement le problème initial, le recuit simulé obtient la solution optimale. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de transformer l'instance en un problème plus dense pour le résoudre efficacement en terme de qualité de solutions. Le recuit simulé est compétitif seulement lorsque nous résolvons le même problème que le recuit quantique. Cela laisse donc entrevoir qu'elles sont également contre-productives pour le recuit quantique et que ces topologies d'interconnexion de qubits devraient être plus densément connectées.

Références

[1] G. H. Sasaki and B. Hajek. The time complexity of maximum matching by simulated annealing. *Journal of the ACM*, 35 :387–403, 1988.

[2] Daniel Vert, Renaud Sirdey, and Stéphane Louise. Revisiting old combinatorial beasts in the quantum age : Quantum annealing versus maximal matching. In *Computational Science – ICCS 2020*, pages 473–487. Springer International Publishing, 2020.

[3] Daniel Vert, Renaud Sirdey, and Stéphane Louise. Operational quantum annealers are cursed by their qubits interconnection topologies. In *2020 IEEE Computer Society Annual Symposium on VLSI (ISVLSI)*, pages 282–287, 2020.