

Décompositions de Benders partielles pour le problème de la conception d'un réseau de services logistiques

Simon Belieres¹, Mike Hewitt², Nicolas Jozefowicz³, Frederic Semet⁴

¹ TBS Business School, 20 Bd Lascrosses, 31068 Toulouse, France

² Quinlan School of Business, Loyola University, 16 E. Pearson Ave., IL, Chicago 60611, USA

³ LCOMS EA 7306, Université de Lorraine, Metz 57000, France

⁴ Université de Lille, CNRS, Centrale Lille, Inria, UMR 9189 - CRISAL, F-59000 Lille, France

Mots-clés : *méthode de Benders, décomposition partielle, conception de réseau de services.*

1 Introduction

Une chaîne d'approvisionnement est un réseau d'entités partenaires contribuant à l'élaboration et à la distribution de produits vers un marché de consommateurs. En pratique, les frais de distribution représentent une part non négligeable du coût total des produits, de sorte que la rentabilité de la chaîne d'approvisionnement dépend de l'efficacité des opérations de transport réalisées. Dans cette communication, nous nous intéressons à la planification tactique du transport dans les chaînes d'approvisionnement multi-produits. Nous étudions le problème de conception de réseau de services logistiques, ou Logistics Service Network Design Problem (LSNDP), qui a pour but de déterminer un plan de transport sur un horizon à moyen terme. Spécifiquement, la conception du plan de transport consiste à (i) fixer une origine d'expédition parmi les options possibles pour chaque produit demandé (ii) déterminer les itinéraires des produits, (iii) allouer des véhicules permettant le transport des produits, et (iv) déterminer le temps intermédiaire de stockage des produits dans les entrepôts. Nous renvoyons le lecteur à [1] pour une description complète du LSNDP ainsi qu'une présentation du modèle mathématique associé.

2 Méthode de Benders

Pour résoudre efficacement le LSNDP, nous proposons une nouvelle stratégie algorithmique basée sur les décompositions de Benders partielles.

2.1 L'algorithme de Benders

La méthode de décomposition de Benders [2] est fréquemment utilisée pour résoudre les problèmes difficiles d'optimisation combinatoires. Elle divise le problème de base en un problème maître, qui détermine une solution pour un sous-ensemble des variables du problème original, et en un sous-problème (ou plusieurs) formulé à partir de ces décisions, qui a pour but de déterminer des valeurs pour les variables restantes. L'algorithme de Benders classique opère de la façon suivante, jusqu'à ce que la solution optimale soit trouvée : (i) le problème principal est résolu à l'optimalité, (ii) la solution obtenue est utilisée pour formuler le sous-problème, (iii) ce sous-problème est résolu à son tour, (iv) si les conditions d'optimalité ne sont pas satisfaites, une coupe de Benders (d'optimalité ou de faisabilité) est générée, ajoutée dynamiquement au problème maître, et une nouvelle itération est effectuée.

2.2 Décomposition de Benders partielle

Dans une décomposition de Benders standard, le problème original est divisé de sorte que les variables entières apparaissent dans le problème maître, et les variables continues apparaissent

dans le sous-problème. Pour le LSNDP, cela conduit à un problème maître allouant des véhicules aux arcs de transport du réseau spatio-temporel, et à un sous-problème qui détermine les valeurs des variables de flux associées aux arcs de transport et de stockage du réseau spatio-temporel. Cependant, dans une décomposition standard le problème maître est découplé du sous-problème, et il perd donc une partie de la structure sous-jacente du problème original. Dans ces conditions, la convergence de l'algorithme de Benders peut être très lente en raison du nombre important de coupes à générer pour trouver des solutions de bonne qualité.

L'algorithme de Benders peut être accéléré en utilisant une décomposition dite avancée. Pour résoudre les programmes stochastiques à deux étapes, Crainic et al. [3] proposent la *décomposition de Benders partielle* qui consiste à ajouter un scénario agrégé au problème maître, obtenu en moyennant les scénarios du problème original. Belieres et al. [1] adaptent cette stratégie au LSNDP. Ils développent un problème maître amélioré construisant une allocation de véhicules sur le réseau spatio-temporel, tout en déterminant des valeurs pour des variables de flux associées à un "super-produit" obtenu en agréant tous les produits du problème original.

2.3 Méthode proposée

Il est possible de renforcer le problème maître non pas avec un seul, mais plusieurs super-produits. Pour déterminer les \mathcal{K} super-produits, il faut partitionner les produits en \mathcal{K} ensembles, et associer un super-produit à chaque ensemble de la partition. Augmenter le nombre de super-produits permet d'affiner l'information utilisée pour renforcer le problème maître, et donc de réduire le nombre d'itérations requis par l'algorithme de Benders. En contrepartie, augmenter le nombre de super-produits conduit à un problème maître plus difficile à résoudre, ce qui rallonge la durée de chaque itération.

Nous proposons une nouvelle stratégie algorithmique qui fait varier l'information utilisée pour renforcer le problème maître au cours des itérations. La Meta Partial Benders Decomposition (Meta-PBD) opère en deux phases. Dans la première phase d'exploration, le nombre de super-produits utilisé pour formuler le problème maître change dynamiquement, ce qui permet de déterminer rapidement des solutions de haute qualité. La seconde phase d'exploitation vise à clore l'écart d'optimalité. Pour cela, elle considère un nombre de super-produits suffisant pour constituer un problème maître équivalent au problème original.

3 Expérimentations

Nous comparons le branch-and-cut générique de Cplex, la méthode [1], et Meta-PBD sur un jeu de 150 instances aléatoires. Les algorithmes sont exécutés avec un temps limite de 4 heures par instance. En moyenne, les gaps d'optimalité obtenus sont de 9,28% pour Cplex, 5,56% pour [1], et 3,01% pour Meta-PBD. Au total, Cplex résout 3 instances, contre 0 instance pour [1], et 15 instances pour Meta-PBD. Une étude approfondie des résultats révèle que Meta-PBD surpasse [1] car elle produit de meilleures solutions primales. Nous en déduisons qu'en faisant varier l'information utilisée pour renforcer le problème maître au cours des itérations, Meta-PBD permet de diversifier la recherche et d'identifier plus rapidement des solutions primales de meilleure qualité.

Références

- [1] Belieres, S., Hewitt, M., Jozefowicz, N., Semet, F., Van Woensel, T. (2020). *A Benders decomposition-based approach for logistics service network design*. European Journal of Operational Research, 286(2), 523-537.
- [2] Benders, J. F. (1962). *Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems*. Numerische mathematik, 4(1), 238-252.
- [3] Crainic, T. G., Hewitt, M., Maggioni, F., Rei, W. (2021). *Partial benders decomposition : general methodology and application to stochastic network design*. Transportation Science, 55(2), 414-435.