

Algorithme de Floyd modifié pour le calcul du nombre de chemins alternatifs

Jean-Claude Lebègue¹, Daniel Delahaye², Jacco Hoekstra³

¹ Univ. Toulouse, Sopra Steria, F-31770 Colomiers, France
jean-claude.lebegue@soprasteria.com

² Univ. Toulouse, ANITI, ENAC, OPTIM, F-31000 Toulouse, France
daniel@recherche.enac.fr

³ TU Delft, Faculté d'ingénierie aéronautique, 2600 AA Delft, Pays-Bas
J.M.Hoekstra@tudelft.nl

Mots-clés : *transport, robustesse, complexité*

1 Introduction

L'analyse de la robustesse des réseaux de transport est un domaine de la théorie des réseaux de transport qui tente de prédire les éléments les plus susceptibles de tomber en panne et analyse l'impact de ces pannes sur les réseaux de transport. Cette analyse a conduit à la conception de plusieurs modèles mathématiques de robustesse dont on distingue principalement deux approches. La première est principalement topologique. Les modèles développés sont basés sur les propriétés topologiques des réseaux. La seconde approche plus axée sur la théorie des réseaux de transport repose sur des simulations avant et après panne dans les réseaux. Les principaux modèles de robustesse topologiques nécessitent de quantifier le nombre de chemins alternatifs entre deux noeuds d'un réseau. Or la plupart des algorithmes de calcul des k plus courts chemins (algorithme de Yen) sont en complexité quartique. L'inconvénient de ces algorithmes réside dans le choix de la valeur de k à considérer. Le problème de quantification du nombre de chemins alternatifs devient alors un problème de dénombrement des chemins alternatifs les plus qualitatifs. Dans ce papier, nous proposons une méthode de calcul du nombre de chemins alternatifs basée sur l'algorithme de Floyd [1] qui a une complexité cubique.

2 Méthodologie

L'approche que nous avons explorée est basée sur l'algorithme de Floyd qui permet le calcul du plus court chemin entre toutes les paires de noeuds dans un graphe orienté fortement connexe. L'algorithme de Floyd insère à chaque itération un noeud dans les chemins déjà existant. S'il s'avère qu'il est plus rapide d'atteindre la destination depuis l'origine en passant par ce noeud, alors on conserve ce chemin car c'est le plus court. Dans le cas contraire, le chemin reste inchangé. La modification que nous avons faite incrémente à chaque itération la composante de la matrice des chemins alternatifs pour la paire traitée si le chemin que l'on teste à un coût fini. Il s'agit alors d'un chemin alternatif. Dans l'autre cas, la matrice reste inchangée. Si le chemin que nous avons testé a un coût infini, il ne relie alors pas la paire de noeuds.

3 Résultats

Dans le cadre de l'analyse de la robustesse des réseaux de transport, nous avons adopté une approche topologique pour améliorer la robustesse globale de ces systèmes. Nous considérons

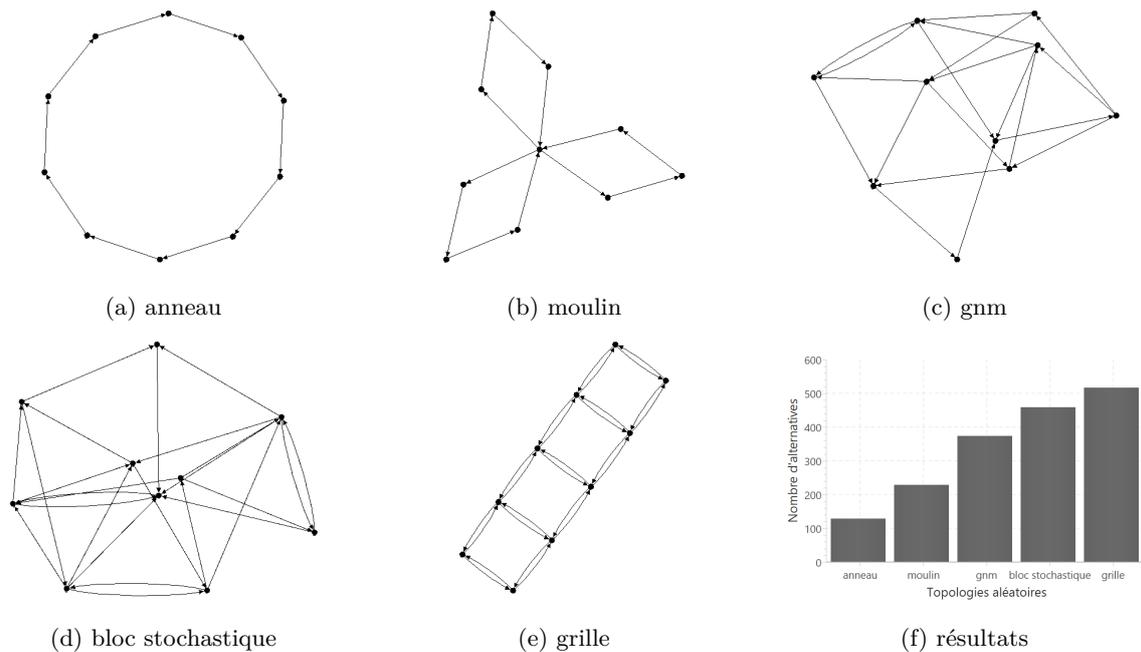


FIG. 1 – Nombre d’alternatives globales calculées par l’algorithme de Floyd modifié (1f) pour différentes topologies de réseaux de transport (1a, 1b, 1c, 1d, 1e)

ici, qu’un chemin est robuste s’il présente un grand nombre de chemins alternatifs. Un réseau est d’autant plus robuste que les chemins qui le constituent le sont. Nous avons testé cette méthode sur plusieurs topologies de réseaux (figure 1).

Les résultats montrent que le réseau présentant le moins d’alternatives est celui en topologie anneau et celui qui en présente le plus est en topologie grille (figure 1f). Ce sont des résultats auxquels on pouvait s’attendre au vu des topologies (figures 1a, 1b, 1c, 1d, 1e). En effet, le nombre d’alternatives est qualitativement corrélé au degré des noeuds. La structure en anneau comporte uniquement des noeuds de degré deux (un degré entrant et sortant). On ne peut le traverser que d’une seule et même façon. À l’inverse, les noeuds de la structure en grille sont en majorité de degré six sauf les noeuds des angles qui sont de degré quatre. Ainsi, plus un noeud est de degré élevé plus il présente d’alternatives pour être traversé.

4 Conclusions et perspectives

Dans ce papier, nous nous sommes intéressés à une méthode de quantification du nombre de chemins alternatifs dans un réseau de transport. Cette nouvelle approche est basée sur l’exploitation de l’algorithme de Floyd dont la complexité temporelle est cubique. Cette méthode permet de réduire d’un degré le calcul des chemins alternatifs par rapport un algorithme de k plus courts chemins.

L’algorithme d’affectation de Dijkstra nécessite de calculer le chemin de plus faible coût à chaque itération. On peut alors calculer au sein du même algorithme le chemin de plus faible coût et celui de plus forte robustesse pour chacune des paires Origine-Destination, ce qui représente un gain de temps non négligeable. Les principales perspectives seraient d’utiliser cette méthode pour réaliser une affectation de trafic robuste et de développer un algorithme d’amélioration de la robustesse topologique en termes de chemins alternatifs.

Références

- [1] Robert W. Floyd. Algorithm 97 : Shortest path. *Commun. ACM*, 5(6) :345, June 1962.